ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
**TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM**

**VASIA VAYINGTUVUE**

# GIẢI PHƯƠNG TRÌNH TÍCH PHÂN KỲ DỊ VỚI HẠCH LOGARITHMIC

## LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

**Thái Nguyên - Năm 2020**

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
**TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM**

– – – – – – – – – – –

**VASIA VAYINGTUVUE**

# GIẢI PHƯƠNG TRÌNH TÍCH PHÂN KỲ DỊ VỚI HẠCH LOGARITHMIC

**Ngành: TOÁN GIẢI TÍCH**
**Mã số: 8460102**

**LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC**

**Cán bộ hướng dẫn khoa học: TS. Nguyễn Thị Ngân**

Thái Nguyên - 2020

# LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan rằng nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực và không trùng lặp với đề tài khác. Tôi cũng xin cam đoan rằng mọi sự giúp đỡ cho việc thực hiện luận văn này đã được cảm ơn và các thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc

Thái Nguyên, tháng 8 năm 2020
Người viết luận văn

Vasia VAYINGTUVUE

# Lời cảm ơn

Luận văn này được hoàn thành dưới sự hướng dẫn của TS. Nguyễn Thị Ngân. Cô đã tận tình hướng dẫn, giải đáp những thắc mắc, giúp đỡ tôi hoàn thành luận văn này.

Một lần nữa tôi xin gửi lời cảm ơn sâu sắc nhất đến cô! Đồng thời, tôi xin gửi lời cảm ơn đến Ban Chủ nhiệm khoa Toán và các thầy cô trong tổ Bộ môn Giải tích - Toán ứng dụng đã tạo điều kiện cho tôi được làm luận văn, đã quan tâm và đôn đốc tôi trong quá trình làm luận văn.

Thái Nguyên, tháng 8 năm 2020

Vasia VAYINGTUVUE

# Mục lục

# Mở đầu

**1. Lý do chọn luận văn**

Phương trình tích phân xuất hiện một cách tự nhiên khi nghiên cứu bài toán biên của vật lí toán. Các kỹ thuật giải phương trình tích phân kỳ dị đã được xây dựng và phát triển mạnh mẽ trong Thế kỷ 19. Việc tìm nghiệm của phương trình tích phân đã đưa ra hướng nghiên cứu là đưa giá trị kỳ dị của hạch vào phương trình tích phân, đây là vấn đề được nhiều nhà toán học quan tâm nghiên cứu, như Noether, Muskhelishvili, Gakhov, B.N. Mandal, A. Chakrabarti, ...

Với mong muốn được nghiên cứu về cách giải phương trình tích phân kỳ dị, tôi đã lựa chọn đề tài "**Giải phương trình tích phân kỳ dị với hạch logarithmic**" làm luận văn thạc sĩ của mình.

**2. Mục đích của luận văn**

Nghiên cứu về cách giải phương trình tích phân kỳ dị với hạch logarithmic bằng cách sử dụng phương pháp đa thức trực giao để biến đổi phương trình tích phân kỳ dị về hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính .

**3. Nội dung của luận văn**

Tổng quan một số kết quả về hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính, phương pháp đa thức trực giao. Nghiên cứu một ứng dụng của hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính là giải phương trình tích phân với hạch logarithmic. Luận văn ngoài phần Mở đầu, Kết luận, Tài liệu tham khảo, có 2 chương nội dung

- Chương 1: Trình bày tổng quan về hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính, hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính chính quy, hoàn toàn chính quy, tựa chính quy, khái niệm phương trình tích phân, phương trình tích phân kỳ dị.

- Chương 2: Trong chương 2, trình bày phương pháp đa thức trực giao, một trong những phương pháp hữu hiệu để giải phương trình tích phân kỳ dị. Trình bày cách giải phương trình tích phân kỳ dị với hạch logarithmic bằng cách sử dụng phương pháp đa thức trực giao đưa phương trình tích phân về hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính. Mục 2.2.4 trình bày về một trường hợp riêng để nhận được nghiệm đúng tường minh của phương trình tích phân kỳ dị đã xét ở Mục 2.2.3.

# Chương 1

# Kiến thức chuẩn bị

## 1.1 Hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính

Trong chương này trình bày các kết quả cơ bản về hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính, bao gồm các định lý về sự tồn tại, tính duy nhất nghiệm và cơ sở lý luận của việc tìm nghiệm bằng phương pháp xấp xỉ liên tiếp, khái niệm phương trình tích phân, phương trình tích phân kỳ dị. Nội dung chủ yếu của chương này được tham khảo từ các tài liệu [2, 4, 6].

### 1.1.1 Khái niệm về hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính

Xét hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính sau đây:

$$x_i = \sum_{k=1}^{\infty} c_{i,k} x_k + b_i \quad (i = 1, 2, ...), \tag{1.1}$$

trong đó $x_i$ là các số cần xác định, $c_{i,k}$ và $b_i$ là các số đã biết.

**Định nghĩa 1.1**. Tập hợp những số $x_1, x_2, ...$ được gọi là nghiệm của hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính (1.1) nếu khi thay những số đó vào vế phải của (1.1) ta có các chuỗi hội tụ và tất cả những đẳng thức được thỏa mãn.

### 1.1.2 Các định lý so sánh

**Định nghĩa 1.2**. Hệ

$$X_i = \sum_{k=1}^{\infty} C_{i,k} X_k + B_i, \quad (i = 1, 2, ...), \tag{1.2}$$

được gọi là hệ trội của hệ phương trình (1.1) nếu

$$\begin{cases} |c_{i,k}| \leqslant C_{i,k}, \quad (i = 1, 2, ...; k = 1, 2, ...), \\ |b_i| \leqslant B_i, \quad (i = 1, 2, ...). \end{cases} \tag{1.3}$$

**Định lý 1.1**. (Về sự tồn tại nghiệm). *Nếu hệ trội (1.2) có nghiệm không âm $X_i' \geq 0$ thì hệ phương trình (1.1) có nghiệm $x_i^*$, nghiệm này tìm được bằng phương pháp xấp xỉ liên tiếp:*

$$x_i^{(n+1)} = \sum_{k=1}^{\infty} c_{i,k} x_k^{(n)} + b_i \quad (i = 1, 2, ...; n = 0, 1, 2, ..),$$

$$x_i^{(0)} = 0, \quad \lim_{n \to +\infty} x_i^{(n)} = x_i^*, \quad |x_i^*| \leqslant X_i'.$$

*Chứng minh.* Trước hết áp dụng phương pháp xấp xỉ liên tiếp đối với hệ (1.2), với $x_i^{(0)} = 0$, còn $X_i^{(n)}$ được xác định theo công thức lặp:

$$X_i^{(n+1)} = \sum_{k=1}^{\infty} C_{i,k} X_k^{(n)} + B_i \quad (i = 1, 2, ...). \tag{1.4}$$

Ta có $X_i^{(1)} = B_i \geq 0 = X_i^{(0)}$. Nếu $X_i^{(n)} \geq X_i^{(n-1)}$ thì từ (1.4) ta có:

$$X_i^{(n+1)} = \sum_{k=1}^{\infty} C_{i,k} X_k^{(n)} + B_i \geq \sum_{k=1}^{\infty} C_{i,k} X_k^{(n-1)} + B_i = X_i^{(n)}.$$

Như vậy, với mọi $n, i$ ta có $X_i^{(n+1)} \geq X_i^{(n)}$.

Mặt khác, $X_i^{(0)} = 0 \leqslant X_i'$. Giả sử $X_i^{(n)} \leqslant X_i'$, khi đó từ (1.4) và $X_i'$ thỏa mãn hệ (1.2), ta có

$$X_i^{(n+1)} = \sum_{k=1}^{\infty} C_{i,k} X_k^{(n)} + B_i \leqslant \sum_{k=1}^{\infty} C_{i,k} X_k' + B_i = X_i',$$